

<到達目標> 自分の習得状況を定期的にチェックせよ。

- 1 楕円の定義を述べるができる
- 2 楕円の方程式から、焦点の座標、長軸と短軸の長さを求め、概形を描くことができる
- 3 焦点や長軸、短軸の長さなどの条件から、楕円の方程式を求めることができる
- 4 定義に基づいて、楕円の方程式を導くことができる

<まずは「楕円」の定義を確実に覚えて、基本問題が解けるようになることです！>

1 次の問いに答えよ。

(1) 「楕円」の定義を述べよ。

(2) 次の楕円の焦点の座標、長軸と短軸の長さを求め、その概形を描け。

① $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$

焦点:

長軸: 短軸:

② $2x^2 + y^2 = 8$

焦点:

長軸: 短軸:

③ $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$

焦点:

長軸: 短軸:

④ $3x^2 + 2y^2 = 6$

焦点:

長軸: 短軸:

⑤ $2x^2 + y^2 = 4$

焦点:

長軸: 短軸:

⑥ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

焦点:

長軸: 短軸:

⑦ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

焦点:

長軸: 短軸:

⑧ $25x^2 + 4y^2 = 100$

焦点:

長軸: 短軸:

(3) 次の問いに答えよ。

① 長軸の長さが6, 短軸の長さが4の楕円の方程式を求めよ。ただし、長軸はx軸上, 短軸はy軸上にあるものとする。

② 長軸の長さが8, 短軸の長さが2の楕円の方程式を求めよ。ただし、長軸はy軸上, 短軸はx軸上にあるものとする。

③ 長軸の長さが $2\sqrt{5}$, 短軸の長さが $2\sqrt{3}$ の楕円の方程式を求めよ。ただし、長軸はx軸上, 短軸はy軸上にあるものとする。

(4) 次の楕円の中心と焦点の座標を求めよ。

① $\frac{(x+1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$

楕円 $\frac{(x+1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ は、楕円 ...(*)を

x軸方向に , y軸方向に だけ平行移動したもの

である。また、楕円(*)の中心の座標は , 焦点の座標は

である。

よって、求める楕円の中心の座標は , 焦点の座標は

である。

② $4x^2 + 3y^2 - 16x + 18y + 31 = 0$

③ $9x^2 + 4y^2 - 36x + 8y + 4 = 0$

④ $2x^2 + y^2 + 4x - 4y + 2 = 0$

⑤ $9x^2 + 4y^2 + 18x - 24y + 9 = 0$

⑥ $4x^2 + 9y^2 - 16x - 18y - 11 = 0$

(5) 次の問いに答えよ。

① 2点(2, 0), (-2, 0)を焦点とし、焦点からの距離の和が6である楕円の方程式を求めよ。

② 2点(0, 3), (0, -3)を焦点とし、長軸の長さが10である楕円の方程式を求めよ。

③ 2点($\sqrt{6}$, 0), ($-\sqrt{6}$, 0)を焦点とし、長軸の長さが短軸の長さの2倍である楕円の方程式を求めよ。

④ 焦点の座標が(0, 4), (0, -4)で、点($\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$)を通る楕円の方程式を求めよ。

② 2定点F(c, 0), F'(-c, 0)からの距離の和が2aである点の軌跡を求めよ。ただし、a, cはa > c > 0を満たす定数である。

解答

① (1) 2つの異なる定点からの距離の和が一定である点の軌跡

(2) ① 焦点($\sqrt{6}$, 0), ($-\sqrt{6}$, 0), 長軸6, 短軸 $2\sqrt{3}$

② 焦点(0, 2), (0, -2), 長軸 $4\sqrt{2}$, 短軸4

③ 焦点(2, 0), (-2, 0), 長軸 $2\sqrt{5}$, 短軸2

④ 焦点(0, 1), (0, -1), 長軸 $2\sqrt{3}$, 短軸 $2\sqrt{2}$

⑤ 焦点(0, $\sqrt{2}$), (0, $-\sqrt{2}$), 長軸4, 短軸 $2\sqrt{2}$

⑥ 焦点($\sqrt{5}$, 0), ($-\sqrt{5}$, 0), 長軸6, 短軸4

⑦ 焦点(4, 0), (-4, 0), 長軸10, 短軸6

⑧ 焦点(0, $\sqrt{21}$), (0, $-\sqrt{21}$), 長軸10, 短軸4

(3) ① $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ② $x^2 + \frac{y^2}{16} = 1$ ③ $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$

(4) ① $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, (-1, 2), (0, 0), ($\sqrt{5}$, 0), ($-\sqrt{5}$, 0), (-1, 2), (-1 + $\sqrt{5}$, 2), (-1 - $\sqrt{5}$, 2)

② 中心(2, -3), 焦点(2, -2), (2, -4)

③ 中心(2, -1), 焦点(2, $-1 + \sqrt{5}$), (2, $-1 - \sqrt{5}$)

④ 中心(-1, 2), 焦点(-1, $2 + \sqrt{2}$), (-1, $2 - \sqrt{2}$)

⑤ 中心(-1, 3), 焦点(-1, $3 + \sqrt{5}$), (-1, $3 - \sqrt{5}$)

⑥ 中心(2, 1), 焦点($2 + \sqrt{5}$, 1), ($2 - \sqrt{5}$, 1)

(5) ① $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ ② $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ ③ $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ ④ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{20} = 1$

② 証明略